

# TD 1 : Rappels de terminale, calculs

## 1. CALCULS

**Exercice 1** Simplifier les calculs suivants

- $5 + 2\frac{7}{3}$
- $\frac{\frac{5}{3}}{\frac{25}{12}}$
- $\frac{12}{x-1} + \frac{3x-9}{x^2-1} - \frac{x^2}{x^3-x}$
- $(\frac{5}{2} - \frac{1}{4}) \times (\frac{12}{7} + \frac{11}{2})$ .

**Exercice 2** Transformer chacune des expressions suivantes en expressions égales avec le moins de racines carrées possibles (notamment, on ne veut **aucune** racine carrée au dénominateur).

- $A = \frac{5}{2-\sqrt{7}}$ ,
- $B = \sqrt{64} + \sqrt{128}$ ,
- $C = \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$ ,
- $D = (\sqrt{2-\sqrt{2}})^2$ ,
- $E = \sqrt{12x^2 - 72x + 108}$ ,
- $F = (\sqrt{7-2\sqrt{6}} + \sqrt{7+2\sqrt{6}})^2$ .

**Exercice 3** Simplifier les expressions suivantes

- $A = (-1)^n \times (-1)^{n+1} \times (-1)^{n+2}$ ,
- $B = \frac{2^4 \times 4^2}{8 \times 3^{-4}}$ ,
- $C = \frac{3^{-2} 2^{-2}}{3^{-7} 2^2}$ ,
- $D = x\sqrt{x}x^2 \times 7\frac{x^2}{x^3}$ .

## 2. RAPPELS SUR LES SUITES

**Exercice 4** Parmi les suites suivante, déterminer lesquelles sont arithmétiques ou géométriques :

- $u_n = 3 + 5n$ ,
- $v_n = 12 - \sqrt{n}$ ,
- $w_n = -7^n$ ,
- $x_n = \sqrt{2^{2n+1}}$ ,
- $y_n =$  le n-ième entier positif pair,
- $z_n = \cos(n\pi)$  et  $z'_n = \sin(n\pi)$ .

**Exercice 5** Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de premier terme  $u_0$  et de raison  $r$ .

- Donner une expression de  $u_n$
- Montrer que

$$\sum_{k=0}^n u_k = u_0 + \dots + u_n = (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2} = (n+1) \times \frac{2u_0 + nr}{2}.$$

3. Généraliser au calcul de la somme  $u_j + \dots + u_{j+n}$  où  $j \in \mathbf{N}$ .  
 4. En déduire la valeur des sommes

$$2 + 4 + 6 \dots + 2n \text{ et } 1 + 3 + \dots + 2n + 1.$$

**Exercice 6** Déterminer une expression explicite de la suite définie par

$$u_0 = 2 \text{ et } \forall n \in \mathbf{N}, u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 10.$$

Déterminer sa limite éventuelle.

### 3. POLYNÔMES

**Exercice 7** Réaliser l'étude complète des trinômes du second degré suivants : forme canonique, racines, variations, signe, courbe représentative.

1.  $P(x) = x^2 - 3x + 2$ ,
2.  $Q(x) = -3x^2 + 18x - 27$ ,
3.  $R(x) = -2x^2 + 4x - 7$ .

**Exercice 8** Résoudre les équations suivantes en se ramenant à l'étude d'un polynôme du second degré :

1.  $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$ ,
2.  $-x^{10} + 3x^9 - 3x^8 = 0$ ,
3.  $e^{6x} + 4e^{3x} = 1$ .

### 4. ÉTUDES DE FONCTION

#### Exercice 9

Soit  $f$  la fonction définie pour tout réel  $x$  par  $f(x) = \frac{3-2x}{e^x}$ .

1. Montrer que pour tout nombre réel  $x$ , en a  $f'(x) = (2x - 5) \times e^{-x}$ .
2. Étudier les variations de la fonction  $f$ .
3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction  $f$  au point d'abscisse 0.

**Exercice 10** Soit  $f$  la fonction définie pour tout réel  $x$  par  $f(x) = e^x + \frac{1}{e^x}$ .

1. On note  $f'$  la dérivée de la fonction  $f$ . Calculer  $f'(x)$ .
2. Donner le tableau de variation de  $f$ .
3. En déduire que pour tout réel  $x$ ,  $e^x + e^{-x} \geq 2$ .