

TP 3 - Boucles while, révisions

EXERCICES SUR LES BOUCLES WHILE

Exercice 1 Écrire une fonction qui prend en entrée un réel positif x et renvoie le plus petit entier $n \geq 2$ tel que $\frac{1}{n \ln(n)} \leq x$.

Exercice 2 Vous savez peut être qu'un entier naturel n est un nombre premier si et seulement si il n'admet aucun diviseur (non trivial) inférieur ou égal à $\sqrt{n}$. En s'inspirant de cette remarque, écrire une fonction qui détermine si un entier n est premier ou pas.

Exercice 3 On admet que

$$\lim_n \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{k} = \ln(2).$$

Écrire un programme qui prend en entrée un seuil epsilon et renvoie une approximation de $\ln(2)$ à ϵ près, ainsi que l'entier n pour lequel on a tronqué la somme.

Exercice 4

1. Écrire un programme qui prend en entrée un seuil ϵ et donne une approximation de la limite de

$$\sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$$

en s'arrêtant dès que terme que l'on rajoute est plus petit que ϵ .

2. On admet (pour l'instant) que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \cos(x) = \lim_n \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}.$$

Écrire une fonction qui prend en entrée un flottant x et un seuil ϵ et qui renvoie une approximation de $\cos(x)$ avec la somme précédente, ainsi que la valeur de n pour laquelle on a tronqué la somme.

EXERCICES BILAN SUR LE DÉBUT DE L'ANNÉE.

Exercice 5 La suite de Fibonacci est la suite récurrente linéaire d'ordre 2 définie par

$$F_0 = F_1 = 1 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n.$$

Écrire une fonction `Fibo` qui prend en entrée un entier n et renvoie F_n .

Exercice 6 Écrire une fonction qui prend en entrée une liste et renvoie son plus petit élément, ainsi que son indice dans la liste.

Exercice 7 Écrire une fonction qui prend en entrée trois flottants a, b, c et renvoie le domaine de la fonction

$$x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c).$$

Exercice 8 On définit une suite récurrente par $W_0 = \frac{\pi}{2}$ et

$$\forall n \in \mathbb{N}, nW_n W_{n+1} = \frac{\pi}{2}.$$

Coder une fonction qui prend en entrée n et renvoie W_n .

Exercice 9 On définit une suite récurrente par

$$u_0 = a \in \mathbb{N}^* \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, u_n = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair.} \\ 3u_n + 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Coder une fonction qui affiche les n premiers termes de cette suite. Faire une conjecture.

Exercice 10 Coder une fonction qui prend en entrée deux entiers positifs k et n et renvoie le coefficient binomial $\binom{n}{k}$.

1. En utilisant les factorielles (une fonction auxiliaire sera la bienvenue..)
2. Sans utiliser les factorielles (on s'aidera du triangle de Pascal).