

TP 5 - Tracés de courbes

Exercice 1 Tracer les graphes des fonctions cos, sin sur l'intervalle $[-4\pi, 4\pi]$.

Exercice 2 Écrire un script Python qui illustre la convergence de la suite définie par

$$u_0 = 1, u_{n+1} = \frac{1}{2} \times \left(u_n + \frac{a}{u_n} \right)$$

vers $\sqrt{2}$.

Exercice 3 On rappelle que la suite

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{k}$$

converge vers $\ln(2)$. Écrire un programme qui calcule les n premiers termes de la suite et les trace, en superposant le tracé avec l'asymptote horizontale de la courbe.

Exercice 4 On rappelle que la suite

$$u_n = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$$

converge vers $\cos(x)$. Écrire un code qui compare les tracés de la fonction cosinus que l'on peut obtenir avec un calcul approché de cette somme et ce que l'on obtient avec `np.cos`. Par exemple, on pourra tracer les graphes entre sur $[-4\pi, 4\pi]$ pour différentes valeurs de n .

Exercice 5 Écrire un programme qui prend un entier n et compare, sur le même tracé, la suite de Fibonacci et la suite définie par

$$u_n = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n.$$

Que peut-on conjecturer? Sur une même figure tracer la suite (F_n / u_n) et la droite d'équation $y = 1$.

Exercice 6 Pour tout $a > 0$, on définit $\gamma_a : x \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ x^{a-1} e^{-x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$.

1. Implémenter une fonction en Python qui prend en argument x et a et qui calcule $\gamma_a(x)$.
2. Représenter successivement la fonction g_a sur l'intervalle $[-1, 5]$ pour les valeurs de $a \in \left\{ \frac{1}{100}; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; 3; 100 \right\}$.