DEVOIR MAISON 1

Exercice 4 Après avoir trouvé une racine évidente de $P(x) = x^3 - x^2 - x + 1$, écrire P sous forme factorisée.

A rendre pour le 16 septembre 2023

Exercice 1 Soient x et y des réels, mettre les expressions suivantes sous la forme $x^n y^m$ où n et m sont des entiers.

1. $\frac{x^3 y^2}{x^4 y}$
2. $\left(\frac{xy}{x^2 y}\right)^2 \times \frac{xy}{(xy)^3}$
3. $\left(\frac{x}{y^2}\right)^{-2}$

Exercice 2 Résoudre l'inéquation suivante :

$$e^{2x} - 4e^x + 3 > 0.$$

Exercice 3 Établir que $f : x \in \mathbf{R} \mapsto (x-1)^3 - (x+1)^3$ est une fonction polynomiale de degré 2 dont on :

- trouvera les racines
- déterminera la forme canonique
- donnera le sens de variation.

Exercice 5 Déterminer une expression explicite de la suite définie par

$$u_0 = -1 \text{ et } \forall n \in \mathbf{N}, u_{n+1} = -u_n + 1.$$

La suite admet-elle une limite? si oui, la déterminer.

Exercice 6 Soit $p \in [0, 1]$. On considère le polynôme de degré 2

$$Q(x) = px^2 - x + 1 - p.$$

1. Déterminer le nombre de racines réelles de Q en fonction du signe de

$$1 - 4p + 4p^2$$

2. En déduire que Q admet deux racines réelles distinctes si $p \neq \frac{1}{2}$ et une unique racine (double) si $p = \frac{1}{2}$.
3. Justifier que les racines sont $x_1 = \frac{1-p}{p}$ et $x_2 = 1$.
4. En fonction de p , déterminer la plus petite racine entre x_1 et x_2 .
5. Étudier $p \mapsto \frac{1-p}{p}$ pour $p \in [\frac{1}{2}, 1]$.
6. On note g la fonction qui à $p \in [0, 1]$ associe la plus petite racine entre x_1 et x_2 . Tracer la valeur de $g(p)$ en fonction de p .