

Primitives et équations différentielles

EXERCICES SUR LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Exercice 1 Résoudre les équations différentielles

a) $y' = y$ b) $y' - 2y = 0$ c) $3y' + 2y = 0$ d) $0.5y' = y$.

Exercice 2

- a) Résoudre l'équation différentielle $y' - 3y = 0$
- b) Trouver l'unique solution telle que $y(0) = 2$,
- c) Trouver l'unique solution telle que $y'(1) = 3$.

Exercice 3 Résoudre les équations différentielles

a) $y' = 2y + 1$ b) $y' - 2y = 2$ c) $3y' + 2y = 4$ d) $0.5y' = y - 1$.

Exercice 4 Exercice 103 page 388, parcours 2.

Exercice 5 Exercice 106 p 388

Exercice 6 On considère l'équation différentielle

$$y' + 4y = xe^{-x}. \tag{E}$$

- a) Quelles sont les solutions de l'équation homogène associée à (E)?
- b) Déterminer des réels a et b tels que la fonction $g(x) = (a + bx)e^{-x}$ est solution de (E).
- c) Donner les solutions de (E).
- d) Déterminer l'unique solution f telle que $f(1) = 0$.

Exercice 7 On considère l'équation différentielle

$$y' - y = \cos(x) - \sin(x). \quad (\text{E})$$

- Quelles sont les solutions de l'équation homogène associée à (E)?
- Déterminer des réels a et b tels que la fonction $g(x) = a \cos(x) + b \sin(x)$ est solution de (E).
- Donner les solutions de (E).
- Déterminer l'unique solution f telle que $f(\frac{\pi}{3}) = 0$.

Exercice 8 Soient $a \in \mathbb{R}$ et f une fonction continue sur $\mathbb{R}$. On cherche à résoudre l'équation différentielle

$$y' = ay + f. \quad (\text{E})$$

.

- Donner les solutions de l'équation homogène associée.
- Justifier que $h : x \mapsto f(x)e^{-ax}$ admet une primitive.
- Soit H une primitive de h . Montrer que la fonction y_p définie par $y_p(x) = H(x)e^{ax}$ est une solution de (E).
- Donner toutes les solutions de (E).